

Две модели

Пример. В ряд выписаны 100 чисел, первое равно 3, а сумма любых трех подряд равна 100. Можно ли наверняка узнать, чему равно 100-е число? 50-е число?

1. В ряд выложены 5 карточек. На оборотной стороне каждой написано вещественное число. Про любые две карточки можно узнать

(а) сумму чисел на них. Всегда ли можно ли определить, какие числа написаны на карточках?

(б) произведение чисел на них. Всегда ли можно ли определить, какие числа написаны на карточках?

(с) произведение чисел на них. Можно ли хоть в одном случае определить, какие числа написаны на карточках?

2. В каждой клетке таблицы 5×5 написано вещественное число. За ход можно узнать сумму чисел в любой доминошке.

(а) Докажите, что изначально числа могли быть расставлены так, что по полученным ответам нельзя узнать сумму всех чисел в таблице.

(б) Докажите, что по полученным ответам никогда не удастся выяснить сумму чисел в таблице.

3. Все виды растений России были занумерованы подряд числами от 2 до 2025 (числа идут без пропусков и повторений). Для каждой пары видов растений запомнили наибольший общий делитель их номеров, а сами номера были забыты (в результате сбоя компьютера). Можно ли для каждого вида растений восстановить его номер?

4. На каждой из пяти карточек написано какое-то число. Карточки лежат на столе числами вниз. Мы можем, заплатив рубль, указать на любые три карточки, и нам сообщат сумму написанных на них чисел. За какую наименьшую цену можно наверняка узнать сумму всех пяти чисел?

5. Капитан Врунгель в своей каюте разложил перетасованную колоду из 52 карт по кругу, оставив одно место свободным. Матрос Фукс с палубы, не отходя от штурвала и не зная начальной раскладки, называет карту. Если эта карта лежит рядом со свободным местом, Врунгель её туда передвигает, не сообщая Фуку. Иначе ничего не происходит. Потом Фукс называет еще одну карту, и так сколько угодно раз, пока он не скажет «стоп». Может ли Фукс добиться того, чтобы после слова «стоп» (а) каждая карта наверняка оказалась не там, где была вначале? (б) рядом со свободным местом наверняка не было туза пик?

6. Детектор — это устройство, которое за одно действие (тестирование) про любое выбранное подмножество монет сообщает, содержится в нем фальшивая или нет. Докажите, что тремя детекторами, из которых один сломан (то есть отвечает произвольно), можно из 8 монет найти фальшивую за 6 тестирований.

Две модели

Пример. В ряд выписаны 100 чисел, первое равно 3, а сумма любых трех подряд равна 100. Можно ли наверняка узнать, чему равно 100-е число? 50-е число?

1. В ряд выложены 5 карточек. На оборотной стороне каждой написано вещественное число. Про любые две карточки можно узнать

(а) сумму чисел на них. Всегда ли можно ли определить, какие числа написаны на карточках?

(б) произведение чисел на них. Всегда ли можно ли определить, какие числа написаны на карточках?

(с) произведение чисел на них. Можно ли хоть в одном случае определить, какие числа написаны на карточках?

2. В каждой клетке таблицы 5×5 написано вещественное число. За ход можно узнать сумму чисел в любой доминошке.

(а) Докажите, что изначально числа могли быть расставлены так, что по полученным ответам нельзя узнать сумму всех чисел в таблице.

(б) Докажите, что по полученным ответам никогда не удастся выяснить сумму чисел в таблице.

3. Все виды растений России были занумерованы подряд числами от 2 до 2025 (числа идут без пропусков и повторений). Для каждой пары видов растений запомнили наибольший общий делитель их номеров, а сами номера были забыты (в результате сбоя компьютера). Можно ли для каждого вида растений восстановить его номер?

4. На каждой из пяти карточек написано какое-то число. Карточки лежат на столе числами вниз. Мы можем, заплатив рубль, указать на любые три карточки, и нам сообщат сумму написанных на них чисел. За какую наименьшую цену можно наверняка узнать сумму всех пяти чисел?

5. Капитан Врунгель в своей каюте разложил перетасованную колоду из 52 карт по кругу, оставив одно место свободным. Матрос Фукс с палубы, не отходя от штурвала и не зная начальной раскладки, называет карту. Если эта карта лежит рядом со свободным местом, Врунгель её туда передвигает, не сообщая Фуксу. Иначе ничего не происходит. Потом Фукс называет еще одну карту, и так сколько угодно раз, пока он не скажет «стоп». Может ли Фукс добиться того, чтобы после слова «стоп» (а) каждая карта наверняка оказалась не там, где была вначале? (б) рядом со свободным местом наверняка не было туза пик?

6. Детектор — это устройство, которое за одно действие (тестирование) про любое выбранное подмножество монет сообщает, содержится в нем фальшивая или нет. Докажите, что тремя детекторами, из которых один сломан (то есть отвечает произвольно), можно из 8 монет найти фальшивую за 6 тестирований.